Studia Psychologiczne. t. 57 (2019), z. 2, s. 23–32
PL ISSN 0081-685X
DOI: 10.2478/V1067-010-0183-7

Daniel Wójcik

Afiliacja
Instytut Matematyki
Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

STAWIANIE PYTAŃ JAKO METODA SPRZYJAJĄCA MATEMATYCZNEJ AKTYWNOŚCI UCZNIÓW

„Pytać dobrze – znaczy uczyć dobrze" (C. De Garmo, 1911) to słowa, które stały się inspiracją do prób wykorzystania pytań zadawanych przez nauczyciela do zbudowania metody, która pozwoliłaby uczniowi rozwijać swoje umiejętności i pogłębiać wiedzę. Wszak pytania, nieuniknione w przestrzeni szkolnej, nie muszą służyć jedynie sprawdzeniu stanu wiedzy ucznia. Pytania nie muszą również służyć jedynie uzyskiwaniu jednej, oczekiwanej odpowiedzi. Pytania nie muszą wreszcie pełnić jedynie roli jednostronnej formy komunikacji.
Na podstawie dotychczasowych badań, metoda stawiania pytań zdaje się sprzyjać zwiększeniu matematycznej aktywności uczniów. Ci, którzy wykazali większą aktywność i zaangażowanie na polu tworzenia i opracowywania postawionych przez siebie pytań, finalnie rozwiązywali postawiony problem znajdując poprawną odpowiedź. Mówią o tym sami badani, którzy w rozmowach przeprowadzonych po zakończeniu eksperymentu przyznają, że ćwiczenie polegające na postawieniu serii pytań, a następnie na pracy z nimi, pozwoliło im na powrót do zagadnienia, powtórne przemyślenie drogi jego rozwiązania, zastanowienie się nad optymalizacją tego procesu. W swoim artykule proponuję - sprzyjającą pobudzaniu matematycznej aktywności uczniów - metodę pracy na lekcji matematyki.

Słowa kluczowe: kognitywistyka, edukacja matematyczna, poziomy przetwarzania informacji, nowe media

MATEMATYCZNA AKTYWNOŚĆ UCZNIÓW

Postęp cywilizacyjny, który dokonał się na przestrzeni ostatnich 20 lat nie może pozostać bez wpływu na to, jacy uczniowie zasiadają w szkolnych ławkach. Choćby kwestia ewolucji telefonii komórkowej dowodzi tego bezspornie. Inaczej niż kiedyś, dzisiejsi uczniowie bombardowani są różnorakimi bodźcami. Dr Dawid Wiener twierdzi, że dzisiejszych uczniów cechuje „Sprawne przyswajanie, słabe przetwarzanie. Innymi słowy dzieci szybko zdobywają wiedzę, ale nie umieją czynić z niej użytku. Ponieważ zapamiętują fakty bezrefleksyjnie, mają problem, gdy trzeba ocenić ich wagę, znaleźć wspólny mianownik czy wskazać związki przyczynowo – skutkowe. (…) Kiedy jest test wyboru – nie ma problemu. Ale gdy pytania są otwarte – noty pikują."[1] Trudno się z nim nie zgodzić. Jako nauczyciel obserwuję,

1 Wiener D., *Jak przegrzewa się mózg, czyli Homo Sapiens na zakręcie*, http://wyborcza.pl/magazyn/1,124059,6925549,Jak_przegrzewa_sie_mozg__czyli_Homo_sapiens_na_zakrecie.html

że uczniowie przyzwyczajeni są do powierzchownego traktowania docierających do nich informacji. Wszystko, co znajdują w Internecie przykuwa ich uwagę tylko na moment. Tempo napływu nowych danych nie pozwala na ich głębszą analizę, refleksję, zastanowienie. Bo też i treści, które się pojawiają nie wymagają takowej. Są lekkie, łatwe i przyjemne. Nieustannie również pobudzany jest ich ośrodek nagrody, ciągle żądni są nowości wyzwalającej w nim dopaminę. Wahania w jej poziomie prowadzą do zaburzeń procesu uczenia się, dla którego ważnym jest „w jakim stopniu dany bodziec pozwala przewidzieć nagrodę"[2]. Wszystko, co nie przynosi oczekiwanej nagrody niemal od razu, nie jest natychmiastowo zrozumiane, co wymaga poświęcenia czasu, uwagi i wysiłku, traktowane jest jako zbędne, bezsensowne, nieproduktywne i pozbawione celowości. Podobnego zdania jest Mark Prensky, gdy pisze, że dzisiejsi uczniowie zmienili się diametralnie i są inni niż ci, dla których projektowano system nauczania[3]. Jakkolwiek by nie oceniać tych zmian, nie da się zaprzeczyć, że mają one miejsce. Prawdopodobnie mózgi naszych uczniów są inne niż osób o pokolenie od nich starszych. Nie chodzi o inną liczbę neuronów, inną wagę czy inne procesy chemiczne. Mózgi „cyfrowych tubylców" różnią się od mózgów „cyfrowych imigrantów"[4] w kwestii połączeń neuronalnych. „Tubylcy" inaczej odbierają i analizują dane, preferują *multitasking*, graficzne formy przedkładają ponad tekstowe. „Świat się zmienił, młodzież się zmienia, a edukacja jaka była, taka jest: nastawiona na odtworzenie, a nie tworzenie. Na wkuwanie, a nie myślenie. Obciąża pamięć, zasypuje faktami, zamiast uczyć oceny i rozwijać kreatywne myślenie, czyli to, co zapewniło nam ewolucyjny sukces. Mówiąc krótko, pogłębia negatywne skutki nadmiaru bodźców" (Wiener). Zadowoleni czy nie musimy postarać się zmienić metody tak, aby „komunikować się językiem i stylem naszych uczniów. Co wcale nie oznacza konieczności zmiany treści tego, co ważne czy też negacji wszystkiego, co działo się do tej pory."[5]

Teoria przedstawiona w 1972 roku przez Fergusa Craika oraz Roberta S. Lockharta[6], głosi, że szansa na zapamiętanie określonej informacji rośnie, gdy została ona przetworzona na głębszym, semantycznym poziomie. Teoria ta mówi, że każda informacja przetwarzana jest przez te same struktury mózgu, różnica zaś dotyczy głębokości ich przetwarzania (gdzie głębokość rozumiana jest jako liczba i złożoność operacji). Efektywność pracy, jak i podatność na zakłócenia zależy od osiągniętego poziomu. Autorzy wyznaczyli trzy poziomy przetwarzania:

1. Sensoryczna analiza danych – płytki, podatny na zakłócenia, z bardzo nietrwałymi rezultatami przetwarzania.

2. Semantyczna interpretacja odbieranego sygnału – głęboki, na którym dochodzi znaczenie danego sygnału.

3. Poziom trzeci – najgłębszy, na którym aktywizuje, reorganizuje i uzupełnia się wiedza już posiadana, tworzą się nowe jej struktury.

Wnioski płynące z prac Craika i Lockharta mówią, że zdecydowanie lepsze efekty otrzymamy, gdy liczbę powtórzeń (skądinąd również skuteczną, jeżeli mówimy o zapamiętywaniu) zastąpimy aktywnością owocującą pogłębieniem procesu przetwarzania poprzez

2 Spitzer M., *Jak uczy się mózg*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 138

3 Prensky M., *Digital Natives, Digital Immigrants*, "On the Horizon" (MCB University Press, Vol. 9 No. 5, October 2001).

4 Tamże

5 Tamże

6 Craik F., Lockhart R., *Levels of Processing: A Framework for Memory Research*, Journal of verbal learning and verbal behavior 11, 671-684 (1972).

budowanie skojarzeń i wykorzystywanie zjawiska autoreferencji.

Przyjrzyjmy się kilku tezom zawartym w pracy Żylińskiej:

1. Efektywność nauczania jest wypadkową: motywacji ucznia, czasu poświęconego problemowi, głębokości przetwarzania informacji[7].

2. Jakość materiałów edukacyjnych, rodzaj uczniowskiej aktywności oraz zadania przygotowane przez nauczyciela są podstawą procesu uczenia się[8].

3. Atmosfera w klasie oraz dobre relacje uczeń – nauczyciel są istotnymi czynnikami wpływającym na efektywność nauczania.

4. Otwarte problemy, dające możliwość wykorzystania dotychczasowej wiedzy i umiejętności, popełnienia błędu, stawiania hipotez, dają szansę na głębokie przetwarzanie przez mózg ucznia[9].

5. Otwarte pytania wprowadzają uczniów w stan umożliwiający uczenie się[10].

6. Dbać należy o proces, a nie tylko końcowy wynik nauczania[11].

7. To, co zaskakujące lokowane jest natychmiast wyżej na liście priorytetów[12].

Jak twierdzi Żylińska „rozwiązywanie typowych zadań w zeszytach ćwiczeń nie wymaga głębokiego przetwarzania informacji, a więc nie prowadzi do zapamiętywania informacji. Nauczyciele powinni rzadziej stosować zadania receptywne i reproduktywne, które są raczej narzędziami pomiaru niż ćwiczeniami, a częściej otwarte i produktywne. Najlepsze efekty osiąga się wtedy, gdy uczniowie sami tworzą zadania”[13].

W jednej ze swoich prac Klakla pisze[14] o Twórczej Aktywności Uczniów, mając na myśli następujące jej przejawy:

1. Stawianie hipotez i ich weryfikację.

2. Transfer metody.

3. Twórcze odbieranie, przetwarzanie i wykorzystywanie informacji matematycznej.

4. Dyscyplinę i krytyczność myślenia.

5. Generowanie problemów w procesie transferu metody.

6. Przedłużanie problemów.

7. Stawianie problemów w sytuacji otwartej.

Jako główne cechy twórczości podaje:

1. Przekształcanie zjawisk, rzeczy, procesów działań lub ich obrazów, poglądowo – zmysłowych lub myślowych.

2. Nowość, oryginalność wytworów działalności, wzorców lub narzędzi i środków, stosowanych w trakcie tej działalności.

3. Poszukiwanie „nieznanych a istniejących związków” między rozważanymi obiektami[15].

Również A. Z. Krygowska zwraca uwagę, że „należałoby skoncentrować uwagę na tych właśnie elementach [matematycznej aktywności uczniów] i:

1. Badać i analizować ich funkcjonowanie w twórczej pracy matematycznej.

7 Żylińska M., *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń, 2013, s. 39.

8 Tamże, s. 40

9 Tamże, s. 43

10 Tamże, s. 54

11 Żylińska M., *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi*”, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń, 2013, s. 45.

12 Tamże, s. 51

13 Tamże, s. 42

14 Klakla M., *Kształcenie aktywności matematycznej o charakterze twórczym na poziomie szkoły średniej*, w: Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock, 2002, str. 270.

15 Klakla M., *Kształcenie aktywności matematycznej o charakterze twórczym na poziomie szkoły średniej*, w: Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock, 2002, s. 266.

2. Poszukiwać środków ich prowokowania i ich rozwijania na różnych poziomach nauczania.

3. Badać warunki sprzyjające i niesprzyjające temu rozwojowi, warunki określone zarówno przez treść i strukturę programu, jak i przez dydaktyczną aktywność nauczyciela”[16].

Co istotne, Klakla za W.A. Gusjewem dzieli uczniów na trzy kategorie[17]:

1. Uczniowie, dla których matematyka jest jedynie elementem ogólnego rozwoju.

2. Uczniowie, dla których matematyka stanie się instrumentem w działalności zawodowej.

3. Uczniowie, dla których matematyka będzie podstawą ich przyszłej działalności.

PYTANIA.

Jak pisze Pobojewska[18], zazwyczaj rola pytania ogranicza się do sprawdzenia wiedzy już posiadanej. Rolą pytanego jest udzielić oczekiwanej odpowiedzi. Trzeba zatem przełamać zwyczajowe konwencje i zbudować relację, która stanie się początkiem „nowego pytania”. Katalog pytań „sprawdzających” należy rozszerzyć o grupę pytań „autentycznych”. Niech uczeń skonstatuje, że czegoś nie wie, niech poczuje pewną niepewność, niech wzbudzi w sobie „czujność intelektualną”, niech pozwoli sobie na dyskomfort związany ze stanem niewiedzy. To jeden z najważniejszych momentów. Właśnie wtedy rolą nauczyciela jest zauważenie tego stanu, pobudzenie go i stworzenie przestrzeni, w której uczeń będzie mógł zadać pytanie. Zadawanie pytań wymaga odwagi. Trzeba przezwyciężyć opory związane z nieśmiałością, wstydem, strachem przed wystąpieniem przed grupą, oceną zarówno nauczyciela, jak i innych członków zespołu. Ważnym, w tym kontekście, jest stworzenie w zespole atmosfery wzajemnego szacunku, zrozumienia oraz współpracy rozumianej jako wspólny wysiłek na drodze do rozwiązania problemu. Trzeba, aby nienaturalna relacja egzaminator – egzaminowany została zamieniona na tę znaną w relacjach społecznych, kiedy nie wiedząc, i jednocześnie chcąc się dowiedzieć po prostu zadajemy pytania. Zbudowanie poprawnych relacji jest tu punktem wyjścia. Koniecznym jest również zmiana optyki pytającego. To, co Pobojewska nazywa „odwagą intelektualną” musi zostać wypromowane. Pamiętajmy, że proces ten nie dotyczy tylko tego czego pytający nie wie. Przecież, żeby to stwierdzić musi on przeanalizować, a następnie zsyntetyzować posiadaną wiedzę. Aby w umyśle ucznia mogło pojawić się pytanie, musi on nazwać to co już wie, to czego nie wie oraz to, czego chce się dowiedzieć. Wysiłki te są doskonałym ćwiczeniem dla mózgu, szczególnie w kontekście rozumienia „uczenia się”. Pisał o tym już Skurzyński twierdząc, że „okazuje się, że [uczeń] nie ma zasadniczo żadnych punktów zaczepnych. Młodzież buduje nowe wiadomości niemalże w próżni”[19]. Sugerując tym samym, jak istotne jest przygotowanie „fundamentu” pod budowanie nowej wiedzy.

---

16 Klakla M., *Kształcenie aktywności matematycznej o charakterze twórczym na poziomie szkoły średniej*, w: Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock (2002), s. 268 za: Krygowska A. Z., *Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich*, Dydaktyka Matematyki, 6 1986.

17 Klakla M., *Kształcenie aktywności matematycznej o charakterze twórczym na poziomie szkoły średniej*, w: Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock, 2002, s. 263.

18 Pobojewska A., *Waga pytań w procesie edukacji*, w: *Modele nauczania filozofii i etyki w polskim systemie edukacyjnym*, Wydawnictwo UKSW.

19 Skurzyński K., *Zapamiętywanie mimowolne w procesie nauczania matematyki*, „Matematyka. Czasopismo dla nauczycieli”, 1963, nr 3(77), Warszawa, s. 90-95.

Tworzeniem takiego „horyzontu myślowego” (Smirnow, 1951) ma być właśnie praca z pytaniami. Co z kolei prowadzi do metody, która może być wykorzystana na lekcji, w celu zwiększenia aktywności matematycznej uczniów i lepszego zrozumienia omawianych zagadnień.

PRACA NA LEKCJI MATEMATYKI.

Wykorzystane zostało narzędzie, które opracowali Dan Rothstein i Luz Santana „Question Formulation Technique, QTF”[20], a jego zasady opisane są poniżej. Jako punkt wyjścia postawione zostało zadanie, polegające na przeprowadzeniu rozumowania związanego z zagadnieniem triangulacji dowolnego wielokąta wypukłego. Temat ten został wybrany ze względu na spełnienie kilku istotnych kryteriów:

1. Klarowne i jasno sformułowane, zrozumiałe dla badanych bez dodatkowych wyjaśnień.
2. Skoncentrowanie na jednym, wyraźnym zagadnieniu.
3. Prostota tematu, dająca szansę na rozwiązanie niezależnie od posiadanej wiedzy matematycznej.
4. Tematyka wzbudzająca zainteresowanie, prowokująca do myślenia, wzbudzająca chęć poznania rozwiązania.
5. Zagadnienie nowe, świeże, z dużym prawdopodobieństwem nie omawiane w szkole i nieznane badanym.

Praca przebiegała w następujących fazach:

1. Badani zostali poproszeni o rozwiązanie problemu. Jednocześnie ich zadaniem było utworzenie jak największej liczby pytań towarzyszących pracy nad zagadnieniem. Badanym nie sugerowano, jak mają wyglądać pytania i nie wyręczano w ich zadawaniu. Jedyne sugestie dotyczyły sposobu ich znajdowania (zapisywania pojawiających się naturalnie, stworzenia listy pytań pomocnych naprowadzających, zamianie pojawiających się w trakcie pracy zdań twierdzących na pytające).

2. Badani mieli zakwalifikować postawione przez siebie pytania do dwóch grup: pytań zamkniętych oraz otwartych. Następnie ich zadaniem było przeformułowanie pytań otwartych na zamknięte i zamkniętych na otwarte. Dodatkowo zostali poproszeni o podanie kilku wad i zalet każdego z typów pytań.

3. Badani zostali poproszeni o hierarchizację pytań. Ich zadaniem było wskazać te, które wedle ich opinii, były najważniejsze, najbardziej pomocne lub wręcz niezbędne na drodze do rozwiązania problemu (jeżeli udało się go rozwiązać) lub te, na które znalezienie odpowiedzi otworzyłoby drogę do jego rozwiązania (w przypadku niepowodzenia).

W badaniu udział wzięło trzynastu studentów pierwszego roku studiów stacjonarnych na kierunku informatyka. Pracowali oni samodzielnie, a na wykonanie ćwiczenia mieli sześćdziesiąt minut. Na wstępie zostali zapoznani z dwiema definicjami:

Zbiór wypukły – podzbiór pewnej przestrzeni zawierający wraz z dowolnymi dwoma jego punktami odcinek je łączący. Przestrzeń może być np. euklidesowa, afiniczna lub liniowa (tj. wektorowa); we wszystkich przypadkach wymaga się, by ciało skalarów było uporządkowane, zwykle jest to ciało liczb rzeczywistych.

Triangulacja to podział figury geometrycznej na sympleksy (trójkąty lub czworościany) w taki sposób, że część wspólna dowolnych dwóch różnych sympleksów jest ich wspólną

20 *Make Just One Change: Teach Students to Ask Their Own Questions*, 2011 Harvard Education Press.

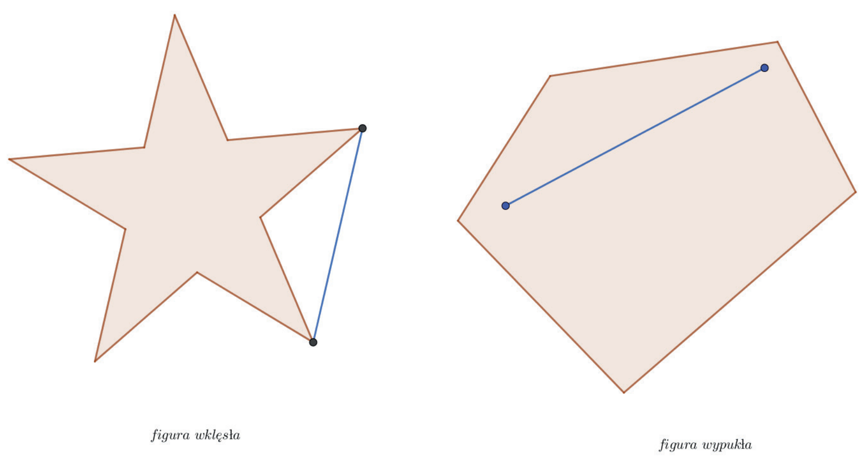
ścianą, wspólnym wierzchołkiem, wspólnym bokiem lub wspólnym trójkątem albo zbiorem pustym. Od sympleksów tworzących triangulację wymaga się ponadto, by dowolny obszar ograniczony przecinał tylko skończoną ich liczbę. Można dokonać triangulacji każdego wielokąta i każdego wielościanu.

Definicje te nie były komentowane, ani dodatkowo wyjaśniane. Studenci nie byli również pytani, czy je znają lub rozumieją. Z racji tego, że były kierowane do studentów studiów inżynierskich przedstawione zostały w formie ściśle matematycznej. W zasadzie chodzi jednak o rzeczy proste. Figurę nazywamy wypukłą, jeżeli wybierając dwa dowolne punkty należące do tej figury i łącząc je odcinkiem będzie on w całości zawierał się w tej figurze, czyli wszystkie należące do niego punkty będą należeć również do figury. Aby jeszcze lepiej to zobrazować można wyobrazić sobie figurę choinkowej gwiazdki. Nie jest ona figurą wypukłą. Łącząc odcinkiem dwa wierzchołki, jedynie jego końce będą należeć do figury. Wszystkie pozostałe punkty tego odcinka znajdować się będą poza nią.

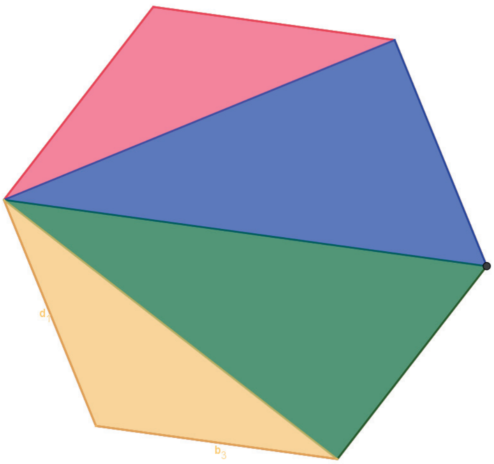
Można było jednak przypuszczać, że definicja zbioru wypukłego pojawiła się w szkole ponadpodstawowej, natomiast definicja triangulacji była dla nich nowa. Przypuszczenie to znalazło swe potwierdzenie w późniejszych rozmowach z uczestnikami. Niemniej nie jest ono trudne do zrozumienia. Chodzi o podział danego obszaru (tu wielokąta) na trójkąty. To tak, jakby w sześciokącie wybrać jeden z wierzchołków i połączyć go przekątnymi z innymi trzema wierzchołkami (z dwoma sąsiednimi łączą go boki). Otrzymujemy w ten sposób cztery trójkąty, które tworzą wyjściowy sześciokąt.

Następnie uczestnicy zostali poproszeni o rozwiązanie następujących zadań:

Zadanie 1.
Rozwiąż zadanie: Na ile różnych sposobów można podzielić n-kąt wypukły na trójkąty nieprzecinającymi się przekątnymi?



Ryc. 1. Przykład figury wklęsłej i figury wypukłej.



Ryc. 2. Przykład triangulacji sześciokąta.

a) Ustal, co to znaczy, że dwa podziały są różne.

b) Ile przekątnych potrzeba do dokonania podziału n-kąta?

c) Ile powstaje przy tym trójkątów?

d) Rozwiąż zadanie dla $n = 3, 4, 5, 6$.

Zadanie 2.
Ułóż zestaw pytań, które mogłyby zostać zadane (lub które zostały przez Ciebie zadane) w trakcie rozwiązywania zadania 1. Zadaj ich jak najwięcej. Zapisz każde. Zdania twierdzące zamień na pytania.

Zadanie 3.
Zamień postawione przez siebie pytania otwarte na zamknięte (i vice versa). Postaraj się znaleźć kilka plusów i minusów obydwu rodzajów pytań.

Zadanie 4.
Dokonaj hierarchizacji pytań. Postaraj się ułożyć je od najważniejszego do najmniej według Ciebie istotnego.

Postawiony problem został wybrany tak, aby każdy z uczestników, niezależnie od swoich dotychczasowych doświadczeń oraz wiedzy, mógł go rozwiązać. Fakt, że wykorzystuje się w nim proste i intuicyjne czynności oraz pojęcia czyni go uniwersalnym. Omawiany problem został z powodzeniem przedstawiony badanym na trzech etapach edukacyjnych: uczniom trzeciej klasy gimnazjum, pierwszej klasy liceum oraz studentom pierwszego roku. Pozwoli to w przyszłych badaniach porównać wyniki grup badanych na różnych poziomach edukacyjnych. Ich praca nad postawionym zagadnieniem miała na celu przesłanie badanym serii bodźców. Chodziło o zapoznanie się ze słownictwem związanym z postawionym problemem. Co ważne, miało ono jedynie wprowadzić badanych w temat i nie wiązało się z głównym zadaniem dotyczącym podziału wielokąta na trójkąty.

Ocenie poddany został związek liczby i jakości stworzonych pytań z poprawnością i formą rozwiązania. Analiza otrzymanych wyników polegała na porównaniu dwóch części pracy: dotyczącej pytań i dotyczącej rozwiązania problemu matematycznego.

Analizując tworzone przez badanych pytania uwagę zwracano przede wszystkim na ich wartość merytoryczną. Oceniano, czy dotyczą problemu i wiążą się z jego rozwiązaniem. Jednym ze wskaźników była również liczba stworzonych pytań. Rozwiązania zostały podzielone na trzy grupy: w pełni satysfakcjonujące; poprawne, ale mające mankamenty oraz rozwiązania błędne. Następnie w obrębie każdej z grup ocenie podlegały utworzone przez badanych pytania. Oto pytania z pierwszej grupy:

- Na ile różnych sposobów można podzielić n-kąt nieprzecinającymi się przekątnymi?
- Czy można poprowadzić przekątne tak, żeby się nie przecięły, inaczej niż tylko z jednego wierzchołka?
- Czy poprowadzenie przekątnej z różnych wierzchołków (dla każdego „sposobu" osobno) daje ten sam wynik, czy różny?

- Jaka jest zależność między przekątnymi, a liczbą trójkątów na które dzielą?
- Czy trójkąty wewnątrz przekątnych też są liczone?
- Czy podział jest różny względem elementów czy ich liczby?

Powyższe pytania zostały wybrane, gdyż pojawiają się (niekiedy w zbliżonej, aczkolwiek równoważnej formie) w każdej z prac, gdzie poprawnie rozwiązano problem matematyczny. Prac takich było pięć. W każdej z nich liczba pytań wahała się między 8 a 10. Niektóre z nich mogłyby zostać rozwinięte w samodzielne zagadnienia.

Warto podkreślić, że w drugiej grupie, gdzie rozwiązania były błędne lub nie było ich wcale, badani nie byli w stanie stworzyć żadnych pytań lub też zapisane przez nich w żaden sposób nie wiążą się z istotą problemu. Liczba postawionych pytań nie przekracza pięciu. Zazwyczaj są to sformułowania:

- Jak to sprawdzić?
- Czy da się to sprawdzić?
- Czy zawsze powstaje jeden czworościan?
- Robić metodą graficzną?
- Co znaczy „rozwiąż zadanie dla $n = 3, 4, 5, 6$”?

PODSUMOWANIE.

Celem artykułu jest ukazanie praktycznego zastosowania narzędzia, które pozwoli na wzbudzenie aktywności matematycznej ucznia i zachęci go do pracy. Dodatkowo pomoże wykształcić i wykorzystać umiejętność stawiania pytań oraz aktywować wiedzę już posiadaną, prowokując jej reorganizację, wymagając korzystania z różnego rodzaju skojarzeń. Istotnym założeniem jest, aby mogła być wykorzystywana zarówno w pracy z uczniem zdolnym, jak i mającym problemy z matematyką, niezależnie do której z przywoływanych przez Klaklę grupy możemy go zakwalifikować. Ważnym aspektem jest realizacja założonych celów dydaktycznych i osiągnięcie zamierzonych wyników, z wykorzystaniem wewnętrznej motywacji uczniów, poszanowaniem ich kreatywności, autonomii i innowacyjności. Metoda ta może być wykorzystana na lekcji, w celu zwiększenia aktywności matematycznej uczniów i lepszego zrozumienia omawianych zagadnień. Istotą jest praca ucznia nad zagadnieniem, rozszerzona w stosunku do samego znalezienia rozwiązania, o dodatkowe czynności związane z utworzeniem szeregu pytań oraz ich opracowaniem, co pozwoli na zwiększenie matematycznej aktywności ucznia. Celem jest spowodowanie pewnych przygotowawczych czynności, poprzedzających sam proces rozwiązywania zadania, pozwalających na postawienie go jako naturalnej implikacji poprzednich działań. To z kolei przełoży się na lepsze zrozumienie i dłuższe utrzymanie zdobytej wiedzy w perspektywie czasu.

Na podstawie dotychczasowych obserwacji metoda tworzenia pytań zdaje się sprzyjać zwiększeniu matematycznej aktywności uczniów. Ci, którzy wykazali większą aktywność i zaangażowanie na polu tworzenia i opracowywania postawionych przez siebie pytań, finalnie rozwiązywali postawiony problem poprawnie. Mówią o tym sami badani, którzy w rozmowach przeprowadzonych po zakończeniu eksperymentu przyznają, że ćwiczenie polegające na stworzeniu serii pytań, a następnie na pracy z nimi, pozwoliło im na powrót do zagadnienia, powtórne przemyślenie drogi jego rozwiązania, zastanowienie się nad optymalizacją tego procesu. Uwaga napisana w pracy jednego z uczestników, że tworzenie i praca nad pytaniami, w tym szukanie odpowiedzi na postawione przez siebie, może naprowadzić na rozwiązanie głównego problemu, dobitnie świadczy, że zaproponowana forma jest skuteczna. Co warte podkreślenia, badani nie wiedzieli, jakie są założenia eksperymentu i jakie hipotezy mają być przy jego pomocy zweryfikowane. W opisanym badaniu etap tworzenia pytań w żaden sposób nie był sterowany. Wyniki sugerują, że etap tworzenia pytań przebiegający pod kontrolą nauczyciela może stać się działaniem przygotowującym bazę pod budowę dalszej wiedzy i wprowadzanie zagadnień. Lekcja dzisiaj poświęcona tworzeniu pytań ma szansę zaowocować lepszym przyswojeniem pojęć wprowadzonych jutro.

Opisane badanie jest częścią większego projektu. Jego celem jest sprawdzić i porównać jak proponowana metoda wpływa na zwiększenie matematycznej aktywności uczniów. Dotychczas analogiczny scenariusz lekcji został zrealizowany z uczniami klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego, gdzie matematyka realizowana jest w zakresie rozszerzonym oraz z uczniami trzeciej klasy gimnazjum. Na podstawie wywiadu przeprowadzonego po zakończeniu badań w tych trzech grupach można postawić następujące wnioski:

1. Konieczność stworzenia pytań skłoniła badanych do powrotu do podanych definicji w celu wykonania zadania, przez co przyczyniła się do lepszego ich zrozumienia.

2. Formuła ćwiczenia zachęciła do usystematyzowania, uporządkowania oraz twórczego wykorzystania i przetwarzania informacji matematycznych.

3. Ćwiczenia z pytaniami sprowokowały uczniów do poddania swego rozumowania ocenie i pozwoliły na „rzut oka wstecz", którego efektem bywa optymalizacja i uporządkowanie sposobu rozumowania.

4. Uczestnicy dokonali próby stworzenia zestawu jak najbardziej uniwersalnych pytań, które mogą być przez nich zadane na drodze rozwiązania kolejnych problemów.

5. Zastosowanie posiadanej wiedzy i umiejętności w niestandardowej sytuacji zachęciło badanych do zwiększenia matematycznej aktywności.

5. Tworzenie pytań sprowokowało uczestników do zwrócenia większej uwagi na język, pojęcia, definicje, związki pomiędzy obiektami.

6. Tworzenie pytań, równoległe do rozwiązywania zasadniczego, matematycznego zagadnienia, ma być odpowiedzią na zwracaną przez A. Z. Krygowską „[uwagę] na problemy związane z rozwijaniem postaw i metod charakterystycznych dla twórczej aktywności matematycznej". Co więcej, sposób ten dostępny jest dla każdego ucznia, bez względy na jego doświadczenie, możliwości, poziom zainteresowania matematyką.

BIBLIOGRAFIA.

Craik F., Lockhart R. (1972), *Levels of Processing: A Framework for Memory Research***,** Journal of verbal learning and verbal behavior 11, 671-684

De Garmo C. (1911). *Interest and Education,* New York: Macmillan,

Klakla M. (2002), *Kształcenie aktywności matematycznej o charakterze twórczym na poziomie szkoły średniej*, w: Materiały do studiowania dydaktyki matematyki, Wydawnictwo Naukowe Novum, Płock Pobojewska, H. (2014). *Waga pytań w procesie edukacji*, w: red. Paweł Mroczkiewicz, Wanda Kamińska, *Jak uczyć, by nauczyć. Refleksje akademików i praktyków.* Wydawnictwo UKSW, s. 107-120.

Prensky, M. (2001). *Digital Natives, Digital Immigrants,* On the Horizon MCB University Press, Vol. 9 No. 5.

Prensky, M. (2001). *Do They Really Think Differently?,* On the Horizon MCB University Press, Vol. 9 No. 6.

Rothstein, D., Santana, L. (2011) *Make Just One Change: Teach Students to Ask Their Own Questions,* Harvard Education Press.

Sajduk, B. (2016). *Kilka uwag o zadawaniu pytań i ich roli w dydaktyce akademickiej*, w: *Pedagogika Szkoły Wyższej*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, No. 2, Szczecin, s. 115-124.

Skurzyński, K. (1963). *Zapamiętywanie mimowolne w procesie nauczania matematyki.* Matematyka.

Czasopismo dla nauczycieli, nr 3(77), Warszawa, s. 90-95

Spitzer, M. (2007). *Jak uczy się mózg*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Żylińska, M. (2013). *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi,* Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.

Daniel Wójcik

Department of Mathematics
Pedagogical University of Cracow

"MAKING QUESTIONS AS THE WAY FAVOURABLE FOR STUDENTS' MATHEMATICAL ACTIVITY"

ASKING QUESTIONS AS THE METHOD FOR THE MATHEMATIC ACTIVITY OF STUDENTS

ABSTRACT

"To question well means to teach well" is a quotation which has inspired creation of a successful method of teaching based on questions asked by the students in order to help them develop their skills and enhance their knowledge.

The questions as an inevitable part of school life do not need to appear only as a means of evaluating students' progress. Neither do they need to be answered in one expected way or constitute a one-way form of communication.

The results so far lead to the conclusion that the students who work with the use of the "making good questions pattern" perform better. They find it significantly easier to find the solution of the tasks. They are also much more eager to face new challenge and find it extremely rewarding when they are successful. Students, who were under examination, claimed, that "making question method" made them to formulate a hypothesis, prove its correctness, question the ideas, sometimes withdraw previous conclusions.

In my article being focused on my recent developments I present the results of research conducted for my dissertation work.

Keywords: cognitivistic, mathematical education, levels of processing, new media